Padrões de respostas:

Questão N° 1

Sendo A aárea de uma bandeirinha, temos:

$$A = 20 \times 30 - \frac{20^2\sqrt{3}}{4} = 600 - 100\sqrt{3} \cong 600 - 173 = 427 \text{ cm}^2$$

Questão N° 2

Da tabela nutricional, temos que 25% do VD (valor diário de referência) de gorduras saturadas correspondem a 5,6 g.

A cada 25 gdo alimento alternativo, o atleta consegue 2 g de gordura saturadas. Então, para conseguir os 5,6 g, o atleta terá de consumir $\frac{25}{2} \times 5{,}6 = 70$ g do alimento alternativo.

Questão N° 3

Supondo que (I) seja verdade, teremos (III), (IV) e (V) sendo desigualdades verdadeiras, o que é absurdo, pois só temos três desigualdades verdadeiras. Portanto, (I) é falsa e $A \leq 35$.

Sendo (I) uma desigualdade falsa, então (II) é uma desigualdade verdadeira.

Supondo que (III) seja verdade, teremos (IV) e (V) desigualdades verdadeiras, mas isso implicaria em quatro desigualdades verdadeiras. Portanto, (III) é uma desigualdade falsa e $A < 12$.

Assim, temos que (I) e (III) são as desigualdades falsas e (II), (IV) e (V) as desigualdades verdadeiras.

Como $3A > 31 \Rightarrow A > 10 + \frac{1}{3}$ e $A < 12$, o número procurado é $A = 11$.

Questão N° 4

Seja x a quantia que tem dentro do cofre. Sendo assim, temos que

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x = 150 \Rightarrow 8x - 3x = 12 \times 150 \Rightarrow x = \frac{12 \times 150}{5} = 360$$

Portanto, há R$ 360,00 no cofre.

Questão N° 5

a) Considere **x** a quantidade de candidatos que possuem apenas ensino médio e inglês, **y** a quantidade de candidatos que possuem ensino médio e ensino técnico e **z** a quantidade de candidatos que possuem inglês e ensino técnico. A quantidade de alunos que possuem apenas ensino médio será $45 - (x + y + 15)$. A quantidade de alunos que possuem apenas inglês será $50 - (x + z + 15)$ e a quantidade de alunos que possuem apenas ensino técnico será $50 - (y + z + 15)$. Portanto:

   $$45 - (x + y + 15) + 50 - (x + z + 15) + 50 - (y + z + 15) = 80 \Rightarrow x + y + z = 35.$$

   Desse modo, concluímos que o número de candidatos selecionados é $15 + 35 = 50$.

b) A probabilidade de um candidato possuir os três diplomas será $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$.

Questão N° 6

a) A caixa terá dimensões $12-2x$, $10-2x$, e x. Desse modo, o volume será: $V = x\cdot(12-2x)\cdot(10-2x) = 4x^3 - 44x^2 + 120x$.

b) Temos que $C = \{1,2,3,4\}$ e $V = V(x) = 4x^3 - 44x^2 + 120x$. Assim, $V(1) = 80$, $V(2) = 96$, $V(3) = 72$ e $V(4) = 32$. O valor de x que implica o maior volume possível é 2.

Questão N° 7

a) O perímetro do triangulo CGE será dado por $1+\sqrt{2}+\sqrt{3} \cong 4{,}14$. O número inteiro mais próximo é 4.

b) $\text{sen}(G\hat{E}C) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cong 0{,}576$ .Ointeiro mais próximo, em graus, do valor do ângulo GEC é 35°.

Obs: Sendo $\sqrt{3} \cong 1{,}73$ e não racionalizando, temos $\frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0{,}578$. O valor mais próximo na tabela de senos é 0,574, sendo então 35° o inteiro mais próximo para a medida do ângulo GEC.

Questão N° 8

A maior soma possível para $a+b$ é 18. Logo, o número de dois algarismos seria 99. Mas 99 dividido por 18 deixa resto 9.

O maior resto possível agora seria 16 para $a+b=17$. Nessas condições, os números de dois algarismos seriam 98 e 89 que, quando divididos por 17, deixam restos 13 e 14, respectivamente.

Resta verificar se 15 pode ser ou não resto quando $a+b=16$. Um possível número de dois algarismos que satisfaz a soma $a+b=16$ é o 79 que, quando dividido por 16, tem resto 15.

Portanto, é verdade que o maior resto possível é o 15.

Questão N° 9

a) Como a taxa de consumo de bateria dos aplicativos é constante, há uma relação direta de proporcionalidade entre o tempo e a porcentagem de bateria consumida. Sendo t_x o tempo em que o aplicativo X consome 50% da bateria e t_y o tempo em que o aplicativo Y consome os 50% restantes, temos:

$$t_x = \frac{50\%}{30\%/h} = \frac{5}{3}h = 1 \text{ hora e 40 minutos}\,;\; t_y = \frac{50\%}{20\%/h} = \frac{5}{2}h = 2 \text{ horas e 30 minutos}$$

Assim, temos $t_x + t_y = \frac{5}{3}h + \frac{5}{2}h = \frac{25}{6}h = 4 \text{ horas e 10 minutos}$.

b) Se as taxas de consumo de bateria dos aplicativos X e Y fossem iguais, essa seria a taxa média. Temos que 100% da bateria foram consumidos em $\frac{25}{6}h$. Chamando de t_m a taxa média, encontramos $t_m = \dfrac{100\%}{\frac{25}{6}h} = \frac{6}{25} \cdot \frac{1}{h} = 24\%/h$.

A taxa média de consumo da bateria é de 24% para cada hora de uso do aplicativo.

Questão N° 10

a) A região **A** pode ser dividida em dois setores circulares de 30° e dois triângulos isósceles de lados iguais valendo 1 e ângulo de 150° entre eles. Então:

$$\text{Área (A)} = 2 \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} + 2 \cdot \frac{1^2 \cdot \text{sen}150^\circ}{2} = \frac{\pi + 3}{6}$$

A área da região **B** pode ser obtida pela metade da diferença entre a área do círculo e a área da região **A**:

$$\text{Área (B)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\pi \cdot 1^2 - \frac{\pi + 3}{6} \right) = \frac{5\pi - 3}{12}$$

Observação: o candidato pode interpretar que a região B corresponde a AMBOS os segmentos circulares, resultando em $\text{Área (B)} = \pi \cdot 1^2 - \frac{\pi + 3}{6} = \frac{5\pi - 3}{6}$

b) Tomando $\pi \cong 3$, temos que $\text{Área (A)} \cong \frac{3+3}{6} = 1$ e $\text{Área (B)} \cong \frac{5 \cdot 3 - 3}{12} = 1$. Desse modo, a razão pedida é igual a 1.

Considerando a observação do item a), a razão pedida será igual a $\frac{1}{2}$.